

最適速度模型における渋滞発生の車両数依存性

著者 酒井はすみ

指導教員 野村保之

1. はじめに

我々にとって車は交通手段の1つとして重要な存在であり、生活においてなくてはならないものである。そして、現代は車社会といわれ人間と車の関係は密接なものである。しかし、車社会には渋滞という大きな問題が存在する。渋滞は環境、経済において損害をもたらす。車社会といわれるにおいて渋滞を解決することが大きな課題となっている。

2. 研究概要

本研究では交通流の解析モデルの1つである最適速度模型[1]を用いて、高速道路などで発生する自然渋滞について解析する。本卒業研究の目的は最適速度模型を用いて渋滞の車両数の依存性について調べるものである。

3. 最適速度模型 (Optimal Velocity Model)

最適速度模型 (OV模型) とは、車両の大きさや性能が全て同じものとし、運転手による癖もないものとして、車両の持つべき特性は追従挙動と衝突回避のみであると考え、前方の車との距離に応じて加速度を制御するものである。どのくらい敏感に反応するかを表したパラメータである感応度 a を導入する。本卒業研究では前方車間のみを考慮した次式の前参照OV模型を用いる。

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = a \left\{ V_F(\Delta x_n) - \frac{dx_n}{dt} \right\} \quad (3.1)$$

$V_F(x)$ は前方の車両に対する OV 関数であり、次式で与えられる前方車間に応じた最適な速度である。

$$V_F(\Delta x) = \{ \tanh(\Delta x - 2) + \tanh(2) \} \quad (3.2)$$

3.1 線形安定性の粒子数 N 依存性

最適速度模型は一様流解という解をもっているが、一様流解の線形安定性は粒子数 N に依存する。感応度 a が次式を満たすときに一様流解は不安定になる。ここで、 b は平均車間である。

$$a \leq 2V_F(b) \cos \frac{2\pi}{N} \quad (3.3)$$

N が小さい場合には違いが顕著に表れる。 a との兼ね合いで不安定になりえるので、 $N=3$ でも、 a が小さければ線形不安定になる。

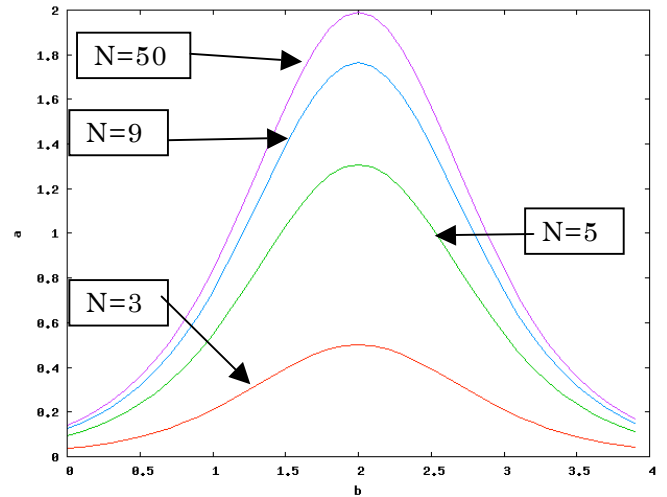


図 1 一様流解の臨界安定図

(3.3) の等号をグラフに表したものが図 1 である。それぞれの台数の線よりも上の感応度 a に対して、一様流解が安定に存在し、それ以下の感応度では渋滞が発生する。

3.2 数値解析 (Runge-Kutta-Nyström 法)

本研究では Runge-Kutta-Nyström 法を用いて解析を行う。この方法は Runge-Kutta 法と基本的に同じやりかたであるが、Runge-Kutta-Nyström 法の方がより高精度である。Runge-Kutta-Nyström 法は、

$$\frac{dy}{dx} = Z, \quad \frac{dz}{dx} = f(x, y, z), \quad (3.4)$$

の形の 2 階常微分方程式を解くものである。本研究では最適速度模型の式 (3.1) を用いる。(3.4) 式のように考え、車両 n 台ならば $2n$ 個の連立微分方程式として記述すると、

$$\frac{dx_n}{dt} = v_n, \quad (3.5)$$

$$\frac{dv_n}{dt} = a [\{ \tanh(x_{n+1} - x_n - 2) + \tanh(2) \} - v_n],$$

となる。この (3.5) 式を Runge-kutta-Nyström 法にて解を求める。

4. 数値解析結果

3 章で準備した数値解析手法を実際に適用し、 N 台の車両の運動を時間的に追跡をした。

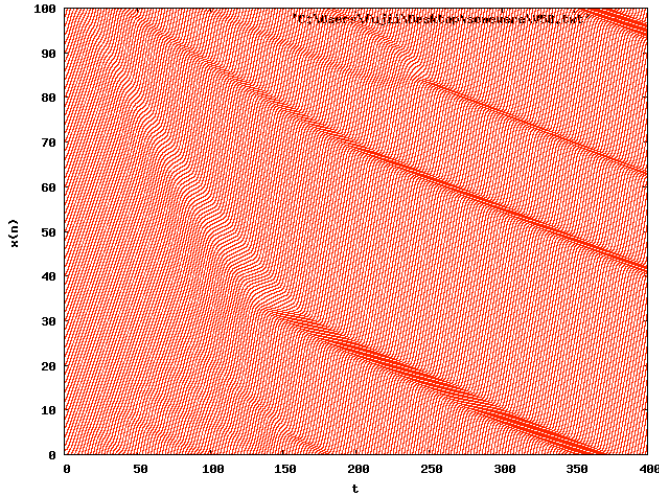


図 2 渋滞流 ($a = 1.0$ $b = 2.0$ $N = 50$ $L = 100$)

初期条件で摂動を設置することで、一様流から渋滞流となっていく。グラフ中の色の濃い部分が渋滞状態となっていることを示す。

5. リミットサイクル

リミットサイクルは力学系における相空間上での閉軌道であり、時間を $t \rightarrow +\infty$ または $t \rightarrow -\infty$ にした時、その閉軌道に収束する軌道が少なくとも 1 つ存在する。リミットサイクルは非線形系でのみ現れる。リミットサイクルの十分近傍の軌道がすべてリミットサイクルに収束するとき、安定である。安定なリミットサイクルは、安定な自励振動を表しており、閉軌道に摂動が加わっても元に戻る。また、相空間上の様々な初期値から出発した軌道はリミットサイクル軌道に収束し、自励振動を示す。

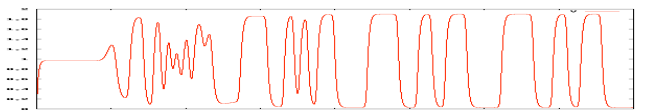


図 3 図 2 における $n=1$ の車両速度の時間変化

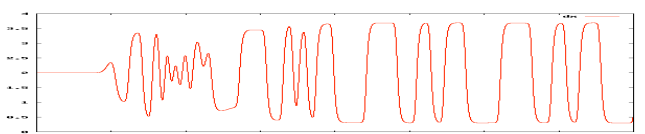


図 4 図 2 における $n=1$ の車間距離の時間変化

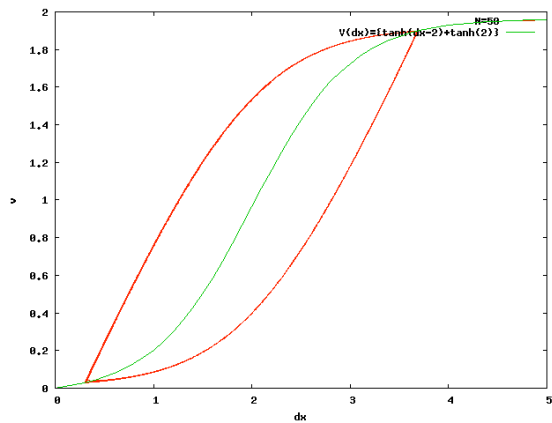


図 5 リミットサイクルと $0V$ 関数の概形

次に台数 $N = 3$ とし平均車間距離 $b = 1.5, 2.0, 2.5$ と変化させるとリミットサイクルの概形が次の図のようになる。

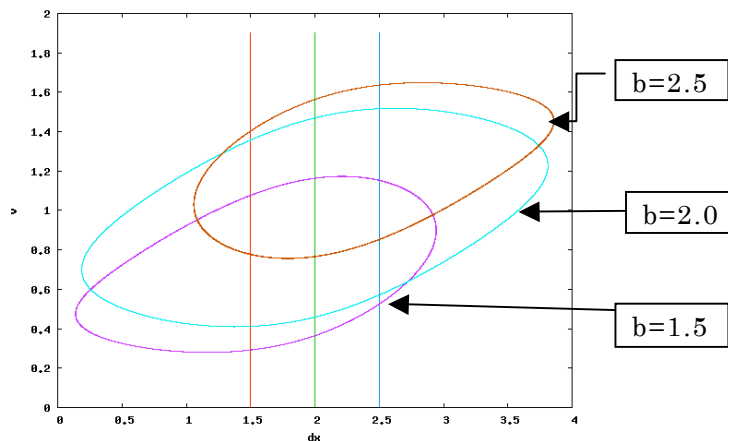


図 6 $N = 3$ の場合のリミットサイクル ($a = 0.3$ $N = 3$ $L = b * N$)

台数 3 台の時には、平均車間に依存してリミットサイクルの場所及び形状が異なる

6. まとめ

リミットサイクルの平均車間距離と台数を変化させた結果より、車両数が少ないほど安定領域が高く、多ければ低いことから、車両数は渋滞の発生の要因の 1 つであるといえる。しかし、3 台であっても感応度が小さいとすぐに渋滞が発生している。また、車両数が多くとも感応度が高ければ渋滞は発生しにくい。

参考文献

[1] 杉山雄規：‘Lecture Note on Asymmetric Dissipative System for Self-driven Particles and Optimal Velocity model：「自己駆動力学系の動力学」講義ノート’ (2012) (私信)