

$\frac{2}{10}$ 

①

・  $1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \dots$  は

いくらになるでしょうか?

※ 加える数が  $0.1, 0.01, 0.001$  と  $\frac{1}{10}$  にあて、どんどん小さくなります。

つまり

$1.1111\dots$  と  $1$  が続くこの数が  
いくつかということですが、

$$\frac{1}{9} = 0.1111\dots$$

ですので、答えは

$$1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} \quad \text{ということになります}$$

2/10

②

これは「等比級数の和」を求める

問題ですので、一般に次のように  
計算します。

$$S = 1.1111 \dots \quad \text{とおき}$$

両辺を10倍すると

$$10S = 11.1111 \dots$$

と、小数点の位置が1つ右へずれます。

そこでこの2つの式を引き算すると

$$10S - S = 10$$

$$9S = 10 \quad \text{よって} \quad S = \frac{10}{9}$$

※ 放送では「アキレスとカメ」の話をしました。

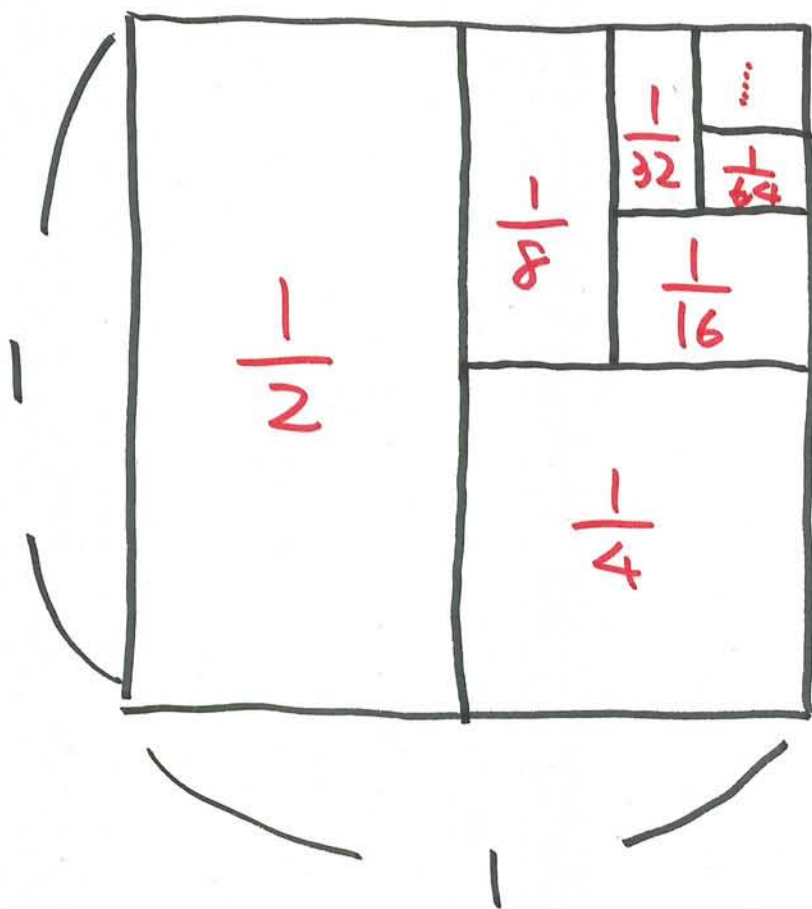
2/10

次に

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

と、加える数が  $\frac{1}{2}$  (倍) になるとき、この和が  
いくつになるでしょうか？

この式を絵で表すと



2/10

④

図のように面積1の正方形を  
半分(1/2)、半分...と分割すると

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$  が現われ.

この分割で正方形を埋めつくすので

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1 \quad \text{とわかります}$$

Q: これを計算で答えを出すにはどうすれば  
よいでしょうか?

最後に

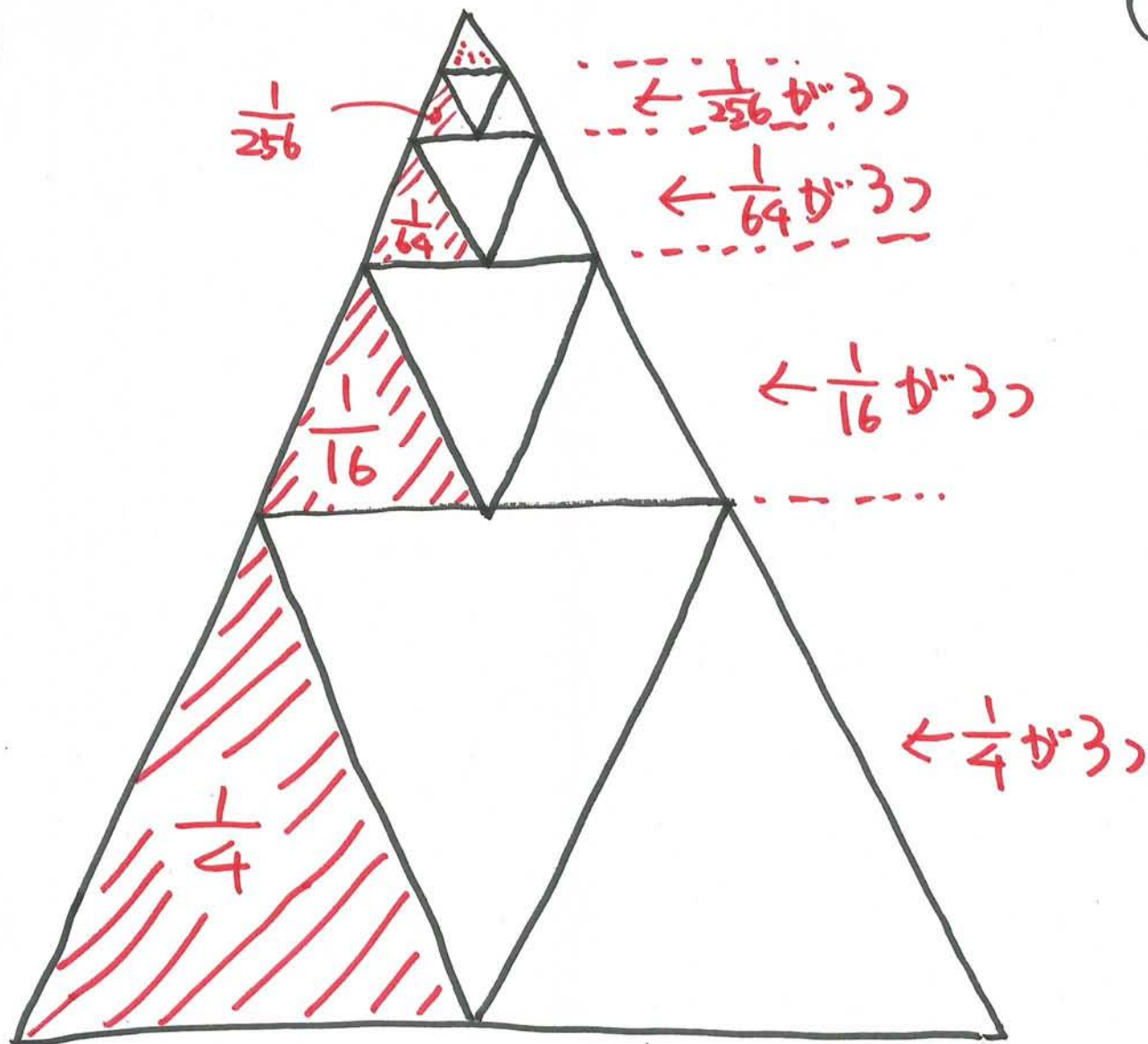
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \dots$$

を絵に表してみよう.

2/10

⑤



面積1の三角形を、中点連結定理を使って  
図のように分割します。すると

$\frac{1}{4}$  が3つ、 $\frac{1}{16}$  が3つ、 $\frac{1}{64}$  が3つ、...

とそれぞれ同じ面積の三角形が3つずつ現れます。  
これらで、大きな三角形(面積1)を埋め  
つくすので1つ分、つまり

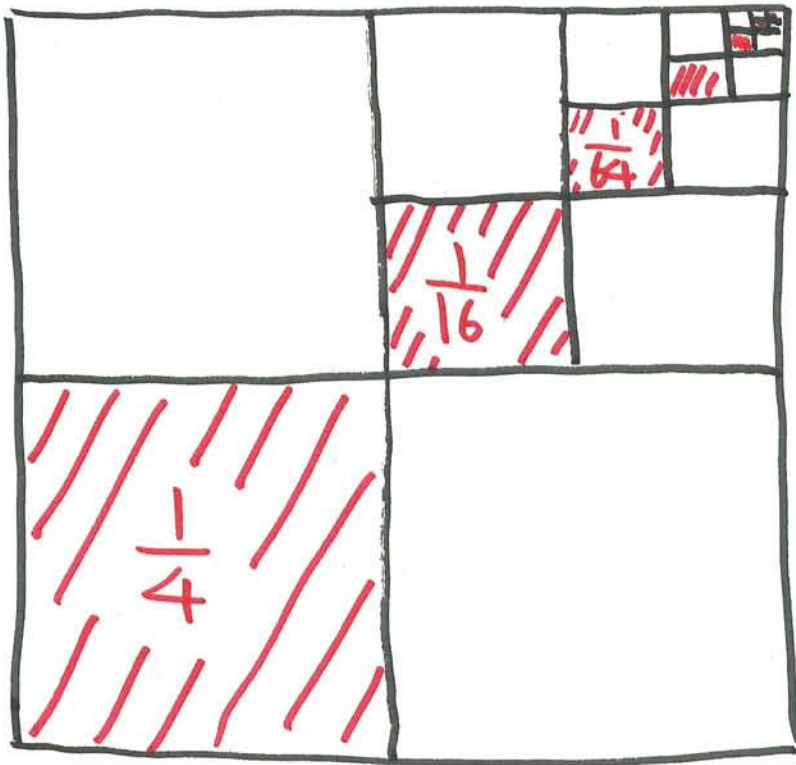
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots = \frac{1}{3} \text{ とおります}$$

2/10

〈おまけ〉

⑥

正方形を次のように分割しても  
同じ式を表すことができます。



参考文献：

「眺め愉しむ数学

証明の展覧会 I. II」

Roger B. Nelsen 著

秋山仁, 奈良知恵, 酒井利訓 訳  
(東海大学出版)