・1〜100までの自然数の和を求める

$$S = 1+2+3+\cdots+99+100$$ とおく

これを並べかえて

$$S = 100+99+98+\cdots+2+1$$

上の2つの式を加えると

$$\begin{array}{rl} S = & 1+2+3+\cdots\cdots+99+100 \\ +)\ S = & 100+99+98+\cdots\cdots+2+1 \\ \hline 2S = & \underbrace{101+101+101+\cdots\cdots+101+101}_{101\text{が}100\text{コ}} \end{array}$$

よって

$$2S = 101 \times 100$$

$$S = \frac{101 \times 100}{2} = \underline{5050}$$

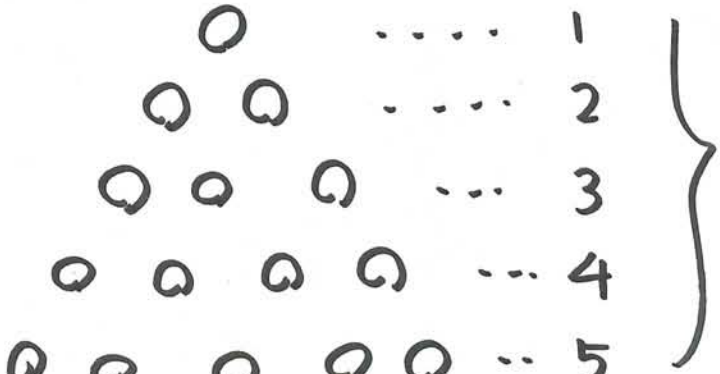
同じように考えると

1から n までの自然数の和を求める公式は

$$1+2+3+\cdots+(n-1)+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

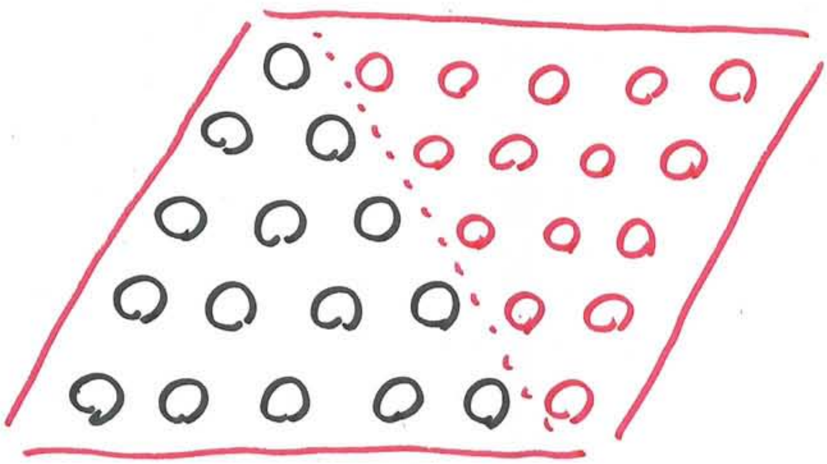
これを絵にすると

例えば　$1+2+3+4+5$　は



全部で15コ

ここで同じ三角形を2つ作って

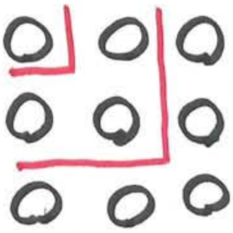


平行四辺形に並べて、半分の○の数（個数）を求めると、$(5\times6)\div2=\underline{15}$ //

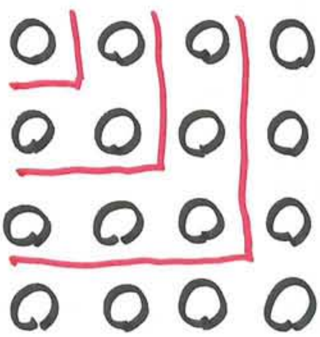
次に奇数の和を絵にすると

1

$1+3=4=2^2$

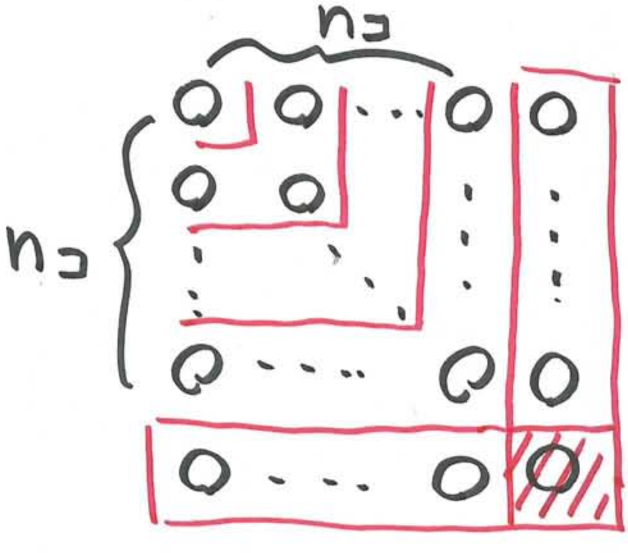


$1+3+5=9=3^2$



$1+3+5+7=16=4^2$

と考えると

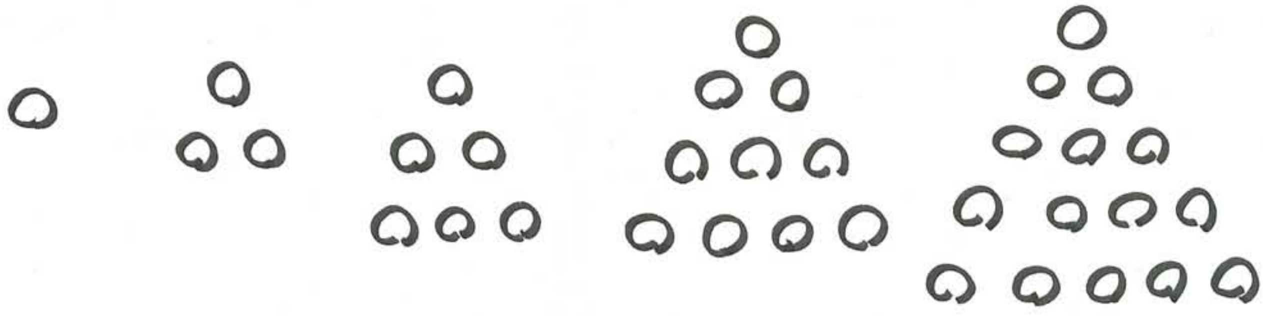


$n^2+(2n+1)=(n+1)^2$

よって、これを式にすると

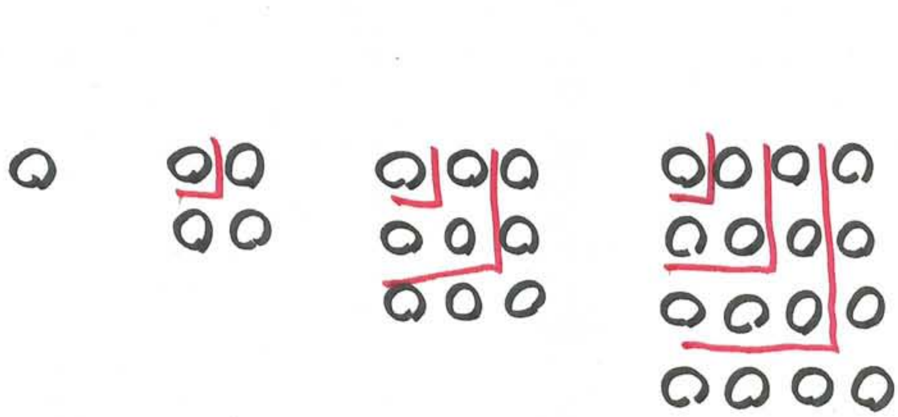
$$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$$

となる。



1 , 3 , 6 , 10 , 15 ,

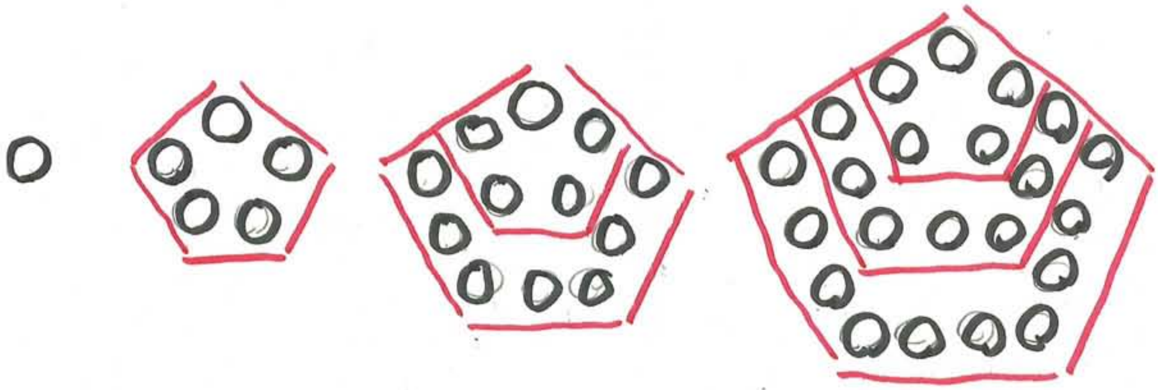
のように、1からnまでの和を三角数という



1 , 4 , 9 , 16 …

のように、1から順に奇数を加えると四角数（平方数）になる。

2/3 ちなみに 五角数 というのは



1 , 5 , 12 , 22 , …

のように ○を五角形に並べてできる数のことで、これらの数は

1+4+7+10+13+…

の和で表すことができる。

Q：五角数はどんな数の和でしょうか？

参考文献：「数の本」J.H.コンウェイ, R.K.ガイ著
根上生也 訳
(シュプリンガー・フェアラーク東京)